清華大學

中 國 經 濟 研 究 中 心

學 術 論 文

一个有消费者间信息交流的 HOTELLING 竞争模型

李明志

清华大学中国经济研究中心

No.200004 2000 年 3 月

Working Paper

National Center for Economic Research

At

Tsinghua University, Beijing

摘　要

与传统产品市场相比较，电子商务市场的一个重要特征是消费者间的信息交流更加迅速，范围更加广泛，所需的成本也大大减少。这个特征为企业间的竞争增加了一个新的可以利用的层面。本论文探讨消费者间信息交流对厂商间价格竞争策略的影响。我们将一个消费者间互相学习产品差异的机制引入到经典的 Hotelling 线性城市（Linear City）模型中。我们发现两个厂商可以通过制定不同的价格来建立一个消费者"抱怨的窗口"，从而降低消费者对于产品差异的不确定性。这个"抱怨的窗口"可以帮助企业赚取更大的利润。消费者间的信息交流可以帮助解释寡头市场的价格扩散(price dispersion) 现象。同时我们也讨论了信息的公共产品特性。

关键词　　电子商务　寡头　价格竞争　价格扩散　信息交流 公共产品

一个有消费者间信息交流的

HOTELLING 竞争模型

李明志

清华大学中国经济研究中心

No.200004　　　　　　　　2000 年 3 月

作者简介

李明志：博士，清华大学经济管理学院讲师。通讯地址：中国北京清华大学经济管理学院经济系。邮编：100084。E-mail: limzh@em.tsinghua.edu.cn

A HOTELLING MODEL WITH CONSUMERS' INFORMATION EXCHANGE

LI MINGZHI

National Center for Economic Research at Tsinghua University
(NCER)

ABSTRACT

The unprecedented easiness of exchanging information among consumers on the internet could add another dimension to the firms' competition against each other. In this paper, we introduce consumers' learning from each other about the degree of product differentiation into a Hotelling duopoly model, and investigate how the consumers' learning behaviors affect the market equilibria. We show that in equilibrium it could be optimal for the two firms to charge different prices and set up a "window of complaints" to reduce the consumers' uncertainty on product differentiation. Communication among consumers through word of mouth can help explain the existence of price dispersion in a duopolistic market. We also discuss some implications of the public good aspect of information about product differentiation.

一个有消费者间信息交流的HOTELLING竞争模型[1]

李明志

清华大学中国经济研究中心

1．引言

电子商务正在重新定义着所有市场参与者所扮演的角色。在传统产品市场上，厂商要积极地为其产品的营销而制定最优的广告策略。而在电子商务市场上，消费者本身正在对新产品的接受起着越来越积极的作用。与传统产品市场相比较，电子商务市场的一个重要特征是消费者间的信息交流更加迅速，范围更加广泛，所需的成本也大大减少。消费者间的信息交流正在成为一个强有利的广告工具。厂商可以通过消费者间的信息交流来建立自己的声誉，从而增加竞争力。世界上最大的网上书店 Amazon.com 成功的经验就是一个很好的例证。正如 Amazon.com 的创立者和总裁 Jeff Bezos 所说的那样，"在网上推销自己的最佳策略就是通过（消费者间的）口头交流，这是因为一个人告诉 5000 个人一条消息就象告诉 5 个人一样容易，Amazon.com 就是这样做的"。

在本论文中，我们研究消费者间的信息交流对于一个寡头（Duopoly）市场均衡价格的影响。作为一个案例，我们可以想象有两个厂商正通过他们的网叶（Homepage）销售两种可互相替换的产品。消费者在购买和使用过这些商品后自愿地把他们的经验张贴到厂商的网叶上，后来的消费者会读到这些信息并修正他们对这两种产品的看法。我们要给出这两

---

[1] 本论文是根据我在 The University of Texas of Austin 的博士论文"Quality Uncertainty and Information Exchange on the Electronic Commerce Markets"(1999) 第四章改编而成。我感谢我的老师 Dr. Dale O. Stahl 和 Dr. Andrew B. Whinston 对论文的指导。

个厂商在不同时期的最优价格策略。

以往经济学文献中关于有信息传递的寡头垄断模型通常假定市场上的不确定性来源于需求函数或成本函数。这些模型所关心的问题是一个厂商是否愿意将它所拥有的私人信息透露给竞争对手。假设产品有差异和 Bertrand 竞争， Vivies 和 Gal-Or（1986）证明生产可替换产品的厂商可以通过共享信息而获取更高的利润。Malueg 和 Tsutsui（1996）证明如果对产品需求函数斜率的方差很大，与保守秘密相比，厂商间共享信息将获取更高的利润。

也有一些经济学模型研究厂商是否愿意采取一些合作的手段来减少市场上的不确定性。建立在 Hotelling 模型的基础上，Aghion, Espinosa 和 Jullien(1993)模型假设消费者知道他们“交通成本”（Transportation Costs）[2]而厂商不知道这个信息。如果竞争厂商收取不同的价格，他们将能从市场需求的波动中获得一些关于“交通成本”的知识。他们发现不确定性越大，厂商最优价格的差异就越大。在另一篇类似的文章中，Harrington（1995）也假设厂商对其商品与竞争者的产品之间的差异性有不确定性；如果两个厂商的价格不同，那么它们所实现的需求将使厂商获得关于产品差异性的一些信息。他发现如果两种产品的差异性较大，厂商们会减小价格差异，从而所获取的信息就较少；反之，如果两种商品有很强的互相替代性，厂商们会增大价格差异，从而可以获取更多的信息。Meurer 和 Stahl（1994）研究一个产品间有横向差异（Horizontal Differentiation)的寡头市场上的广告问题。市场上有两种消费者，一种知道产品的差异，另一种不知道。一个厂商的广告同时也等于告知消费者另一种产品的特征。这样广告就是一个公共产品（Public Good），于是不可避免地就出现了免费乘车人问题（Free Rider Problem）。

我们所关心的问题是消费者之间信息交流对竞争厂商最优价格决策的影响。我们相信

需求的不确定性应该来自于消费者的理性选择，而不应来自于随机错误。很自然的，关于可替代产品间的不确定性应源于消费者的缺乏经验而不应源于厂商的无知。我们建立了一个两阶段 Hotelling 寡头模型，其中消费者对于产品的可替换性有不确定。第一阶段消费者根据他们对于产品替代性的预先知识（Prior Belief）来选择产品。第二阶段消费者根据第一阶段消费者的意见更新他们对这两种产品的认识。这个更新了的认识和产品的价格将决定消费者的选择。从这个意义上讲，厂商们在利用它们在前阶段所建立的声誉而竞争。

本论文的组织如下。第二节介绍最基本的，没有产品不确定性的 Hotelling 模型。第三节将产品的不确定性引入的二节的模型中。我们证明唯一的一个 Nash 均衡价格策略是两个厂商收取同样的价格，它等于消费者的预期“交通成本”（Transportation Costs）。为了探讨消费者之间信息交流对厂商最优价格的影响，第四节建立了一个两阶段 Hotelling 模型，其中第二阶段的消费者可以学习第一阶段消费者的经验。我们显示，如果消费者低估他们的“交通成本”，厂商没有让消费者发现事实的积极性，模型有一个唯一的一个 Nash 均衡价格策略。然而，如果如果消费者高估他们的“交通成本”， 两个厂商将通过制定不同的价格来建立一个消费者“抱怨的窗口”，从而降低消费者对于产品差异的不确定性。这个“抱怨的窗口”可以帮助企业赚取更大的利润；模型有两个不对称的 Nash 均衡价格策略。消费者间的信息交流可以帮助解释寡头市场的价格扩散(price dispersion) 现象。信息的公共产品特性也产生了免费乘车人问题（Free Rider Problem），具体表现是，每个厂商都希望对手制定较高的价格。论文的最后一节讨论了这些基本模型可能延伸的方向。

2．基本的 Hotelling 线性城市模型

Hotelling 线性城市模型是研究产品性能差异的一个经典模型。考虑一个长度为 1 的线性城市，其间有 N 个消费者均匀地分布于其间。两个厂商坐落在城市的两端（厂商 1 的位置记为 0，厂商 2 的位置记为本），它们生产可以互相替换的两种产品（见图 1）。每个消费者只购买其中的一种产品，并且购买量或者为 0 或者为 1；除此之外，对于城市中除了位于两个端点外的任何一个消费者，两种产品都不是最理想的产品，所以从每一个单位长度的距离消费者

[2] 在 HOTELLING 模型中，交通成本指消费者由于产品特性不完全符合他们的偏好而遭受的效用损失。关于这个问题下文还有详细的论述。

还要承担数量为 θ 的“交通成本（Transportation Cost）”；该交通成本可以理解为由于产品不完满匹配所带来的“效用损失”。如果一个坐标为 x 的消费者从厂商 1 购买一个单位的产品,那末效用损失是 $\theta * x$。如果他从厂商 2 购买一个单位的产品,那末效用损失则为 $\theta *（1-x）$。令厂商 1 和厂商 2 的产品价格分别为 p_1 和 p_2，考虑效用损失后两种产品对于这个消费者的总价格分别为 $p_1+\theta x$ 和 $p_2+\theta(1-x)$。

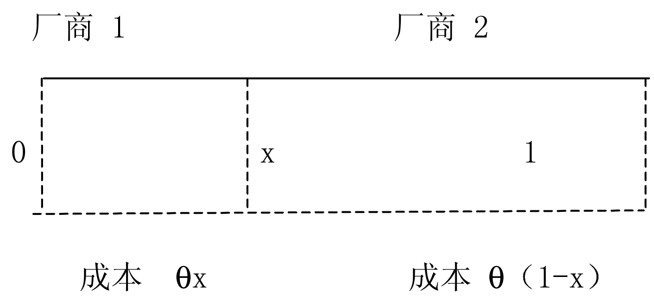

图 1 Hotelling 线性城市模型

作为该模型在电子商务市场上的一个应用，我们考虑两个厂商在它们的网叶上销售用于科技计算的软件。其中一个厂商的产品对于纯学术应用是一个完美的匹配，而另一个厂商的产品对于商业应用最为合适。可是实际上很难把一个消费者归为“学术类”或“商业类”。每一个消费者都可能喜欢每个产品中的某些特性，但每种产品又都不能满足消费者所有的性能要求。消费者离厂商的距离可以理解为他使用该厂商产品独特特性的可能性，而θ可解释为他对两种产品差异的敏感度。

我们用 $\bar{s}$ 来表示消费者从购买并使用一个“完美匹配”商品所得到的益处。一个位于坐标 x 的消费者的效用函数是：

$$u = \begin{cases} \bar{s} - (p_1+\theta x) & \text{如果购买厂商 1 的产品} \\ \bar{s} - (p_2+\theta(1-x)) & \text{如果购买厂商 2 的产品} \\ 0 & \text{如果不购买任何一种产品} \end{cases}$$

为了简化我们的分析，在以后的讨论中，我们假设消费者的 $\bar{s}$ 相对于生产成本和交通成本足够大，更具体地讲，假设 $\bar{s} > c + 3\theta$（其中 c 是生产一个单位产

品的边际成本)．在这种情况下，可以证明厂商所设定的最优价格一定使所有消费者购买一种产品。

令对于两种产品喜欢程度相同的消费者的坐标为 $\hat{x}$，那么 $\hat{x}$ 一定满足

$$p_1 + \theta\hat{x} = p_2 + \theta(1-\hat{x})$$

或

$$\hat{x} = \frac{\theta + p_2 - p_1}{2\theta}$$

位于 $\hat{x}$ 左边的消费者将选择产品 1，而位于 $\hat{x}$ 右边的消费者将选择产品 2。于是两种产品的需求函数分别为:

$$D_1(p_1,\ p_2)=[1/2-(p_1-p_2)/(2\theta)]N,$$

$$D_2(p_1,\ p_2)=[1/2-(p_2-p_1)/(2\theta)]N$$

由于该模型的对称性，唯一的 Nash 均衡价格是 $p_1^* = p_2^* = p^* = c + \theta$. 每个厂商的销售量为 N/2，利润为 $\theta N/2$. [3]

3. 一个有不确定性的一阶段 HOTELLING 线性城市模型

为了研究消费者之间信息交流对市场均衡价格的作用，我们将消费者对于“交通成本”的不确定性引入前一节中的最基本的 Hotelling 线性城市模型。在这个线性城市中有两类消费者，一种有较高的“交通成本”，$\bar{\theta}$，另一种有较低的“交通成本”，$\underline{\theta}$ ($\bar{\theta} > \underline{\theta}$). 我们假设每个消费者知道他的位置，但不知道他是属于哪一种类型的消费者。继续我们上一节关于软件产品的故事，我们可以把这两类消费者理解成一类对产品差异更敏感，而另一类比较不敏感。

假设一个消费者有“交通成本” $\bar{\theta}$ 的概率为 s_0, 于是每个消费者的“交通成本”有如下的二元分布:

$$\theta = \begin{cases} \bar{\theta} & \text{有概率 } s_0 \\ \underline{\theta} & \text{有概率 } 1-s_0 \end{cases}$$

[3] 该结果的证明见于 Mas-Colell, Green and Whinston (1995, 第 398 页)

每个消费者对 θ 的期望值为：

$$\theta^* = s_0\overline{\theta} + (1-s_0)\underline{\theta}.$$

虽然厂商可以通过多媒体的演示等广告手段来帮助消费者对他们可能属于哪一类形成一个先决认识，但是消费者只有在购买并使用过其中的一种商品后才能明确无误地知道他们到底属于哪一类[4]。我们假设消费者对于s_0有一个共同的先决认识，并把它表示成为一个随即变量 S^B，其取值范围是[0,1]．假设 S^B 是一个有参数(α, β)的 Beta 分布，于是 S^B 的密度函数是:

$$f(s \mid \alpha, \beta) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)} s^{\alpha}(1-s)^{\beta} & \text{如果 } s \in (0,1) \\ 0 & \text{其它} \end{cases} 。$$

并且 s^B 的期望值为:

$$E(s^B) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}.$$

我们定义消费者根据其先决认识而形成的对于“交通成本”的期望值为θ^A，于是我们知道:

$$\begin{aligned} \theta^A &= E(s^B)\overline{\theta} + (1-E(s^B))\underline{\theta} \\ &= \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overline{\theta} + (1-\frac{\alpha}{\alpha+\beta})\underline{\theta} \\ &= \underline{\theta} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}(\overline{\theta}-\underline{\theta}) \end{aligned}$$

他们对于产品的选择将根据θ^A 和两种产品的价格而做出。如果厂商 1 和厂商 2 产品的价格为 p_1, p_2，那么对于它们产品的需求函数为:

$$D^1(p_1,p_2) = 1/2 - (p_1 - p_2)/(2\theta^A)$$

$$D^2(p_1,p_2) = 1/2 - (p_2 - p_1)/(2\theta^A).$$

[4]对于像电脑软件这样的经验产品(experience good)，消费者在购买和使用商品前不会知道产品特征和他偏好的拟和程度。这里 S_0 可以被认作是较灵敏类消费者的比例，这是一个消费者事先所不知道的系数。

于是这个模型有唯一的一个对称 Nash 均衡价格，$p_1^* = p_2^* = p^* = c + \theta^A$。每一个厂商的销售额为 N/2 and 利润是 $\theta^A N/2$。(为简单起见，在以后的模型中我们假设两种产品的生产成本均为 c = 0)。

4. 一个有消费者之间信息交流的两阶段 HOTELLING 线性城市模型

在这一节里，我们建立一个有消费者之间信息交流的两阶段 Hotelling 线性城市模型。我们假设所有的消费者都存在一个阶段，这样每一个消费者在购买商品前都没有使用过任何一种产品。虽然消费者在购买产品后可能发现另一种产品更符合他的需要，但由于软件产品的耐用性和两种产品间较强的替代性，我们假设他不会再去购买另一种产品。

4.1 模型

我们假设每个阶段消费者都和第二节中的消费者有同样的特征。消费者只有在购买和使用过一种产品后才能知道他属于对产品性能差异较灵敏或较不灵敏的一类，而且那些做错了选择的消费者会将这一情况“抱怨”给以后阶段的消费者。如果 $p_1 > p_2$，这个抱怨机制可用图 2 来表示。

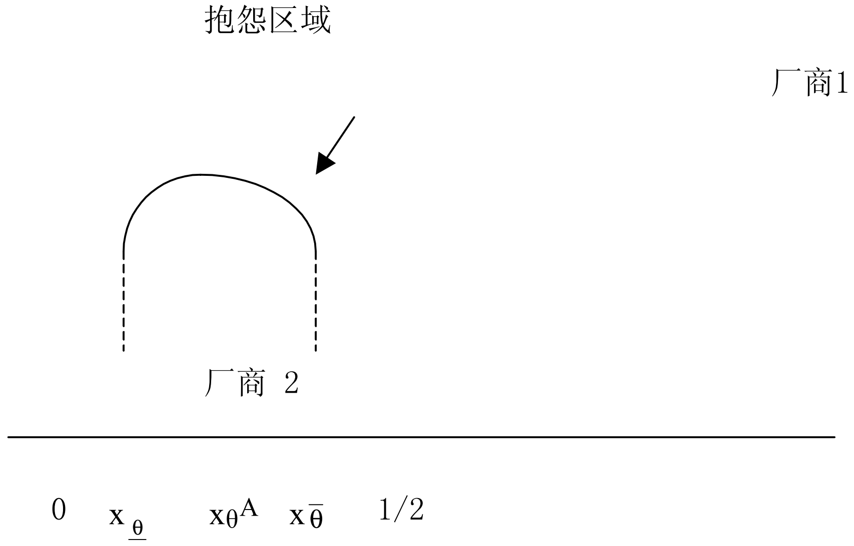

图 2

这些分界点$x_{\underline{\theta}}$， x_{θ^A}， $x_{\bar{\theta}}$也和第二节中的$\hat{x}$一样可以得到:

$$x_{\underline{\theta}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\underline{\theta}}(p_1-p_2)，x_{\bar{\theta}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\bar{\theta}}(p_1-p_2)$$

$$x_{\theta^A}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\theta^A}(p_1-p_2)$$

在第一阶段，两种消费者根据他们的先决知识来选择产品 1 或产品 2。位于x_{θ^A}以左的消费者会选择产品 1，而位于x_{θ^A}以右的消费者会选择产品 2。可是，如果消费者事先知道他的类别，位于[$x_{\underline{\theta}}$， x_{θ^A}] 的消费者会选择产品 2 而不是产品 1；同样地，位于[x_{θ^A}，$x_{\bar{\theta}}$]的消费者会选择产品 2 而不是产品 1。在第一阶段结束的时候，这两部分消费者发现他们做错了选择并且会把他们的经验告诉第二阶段的消费者。于是第二阶段的消费者根据这些抱怨来更新他们对于自己属于哪一类型消费者的估计。假设消费者知道线性城市中消费者是均匀分布的事实，第二阶段消费者会正确地估计出$[x_{\underline{\theta}},x_{\bar{\theta}}]$中两种类型消费者的数量，很自然地他们也就知道了其中消费者的总数。

$[x_{\underline{\theta}},x_{\bar{\theta}}]$中消费者的预期数为

$$\begin{aligned}M &= N(x_{\bar{\theta}}-x_{\underline{\theta}})\\ &= N\{[\frac{1}{2}-\frac{1}{2\bar{\theta}}|p_1-p_2|]-[\frac{1}{2}-\frac{1}{2\underline{\theta}}|p_1-p_2|]\}\\ &= \frac{1}{2}(\frac{1}{\underline{\theta}}-\frac{1}{\bar{\theta}})|p_1-p_2|N.\end{aligned}$$

注意：这个抱怨窗口的长度是手两种产品价格差异大小控制的。如果两个价格相等，窗口的长度为 0；价格差异越大，窗口的长度就越大。

令$[x_{\underline{\theta}},x_{\bar{\theta}}]$中有高“交通成本” 的消费者数量为 M1（第二阶段消费者可以正确地估计出这个 M1），一个二阶段消费者对 s_0 的认识将更新为一个系数为(α+M1, β+M-M1)的 Beta 分布. 于是更新后的交通成本分布为：

$$\theta^B = \begin{cases} \bar{\theta} & \text{概率为} \quad (\alpha + M1)/(\alpha+\beta+M) \\ \underline{\theta} & \text{概率为} \quad (\beta + M - M1)/(\alpha+\beta+M) \end{cases},$$ [5]

并且

$$E(\theta^B) = \bar{\theta}\frac{\alpha+M1}{\alpha+\beta+M} + \underline{\theta}\frac{\beta+M-M1}{\alpha+\beta+M},$$

$$E_{M1}(E(\theta^B)) = \bar{\theta}\frac{\alpha+Ms_0}{\alpha+\beta+M} + \underline{\theta}\frac{\beta+M(1-s_0)}{\alpha+\beta+M}$$ （因为 $EM1=M\ s_0$）.

4.2 均衡价格

我们感兴趣的问题是第二阶段消费者学习第一阶段消费者经验对两个厂商在两个阶段最优价格的影响。如果没有这个学习的机制，两个厂商间的竞争是两个独立的 Hotelling 寡头竞争棋局（如第二节中所介绍的模型）。 有了这个学习的机制，我们将证明厂商有改变它们第一阶段的价格策略的动机，他们将有可能通过收取不同的价格而建立一个“抱怨的窗口”从而获取更大的总利润。

我们所用的均衡概念是完全贝叶斯均衡（Perfect Bayesian Equilibrium (PBE)），很自然的我们将首先求出第二阶段的均衡结果，然后再用 Backward Induction 的办法求出第一阶段的均衡。

2. 第二阶段均衡结果

在第二阶段，这两个厂商之间的竞争是一个传统的 Hotelling 竞争棋局。正如第二节中所展示的那样，它们将平分市场，每个厂商的利润是：

$$(1/2)\left(\underline{\theta} + \frac{\alpha+Ms_0}{\alpha+\beta+M}(\underline{\theta}-\bar{\theta})\right)N,$$

其中 $\underline{\theta} + \frac{\alpha+Ms_0}{\alpha+\beta+M}(\underline{\theta}-\bar{\theta})$ 是消费者对于“交通成本”事后认识的期望值，而其中的 M 将由第一阶段的价格差异所决定。

2. 第一阶段的均衡

[5] 对于这个结果的证明请见 DeGroot (1970), 第 160 页.

假如第二个厂商还像以前一样收取价格$p_2=\theta^A$；但是厂商 1 收取一个不同的价格$p_1=\theta^A+\varepsilon$ （ε>0）. 那么，厂商 1 的需求量将从 1/2 减少为$1/2\,(1-\dfrac{\varepsilon}{\theta^A})$，所遭受的损失是$(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\varepsilon}{2\theta^A})(\theta^A+\varepsilon)N=\dfrac{\varepsilon^2 N}{2\theta^A}$；一个二阶损失。 由于偏离了均衡价格，厂商 1 第二阶段的利润增值是：

$$
\begin{aligned}
&(N/2)(\bar{\theta}-\underline{\theta})[\frac{\alpha+Ms_0}{\alpha+\beta+M}-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}] \\
&=(N/2)(\bar{\theta}-\underline{\theta})[\frac{\alpha+s_0((N\varepsilon)/2)(\frac{1}{\underline{\theta}}-\frac{1}{\bar{\bar{\theta}}})}{\alpha+\beta+[(N\varepsilon)/2](\frac{1}{\underline{\theta}}-\frac{1}{\bar{\bar{\theta}}})}-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}].
\end{aligned}
$$

如果 ε 很小并且$s_0>\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$，这是一个一阶收益。 反之，如果 $s_0<\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$，这是一阶损失。因而我们得出结论：厂商有偏离原来的均衡价格 $p=\theta^A$ 的动机当且仅当$s_0>\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$。

为了简化我们的计算，在以下的运算中我们考虑一个有如下系数的特例：

$$\underline{\theta}=1/3,\ \bar{\theta}=2/3,\ \alpha=1,\ \beta=1.$$

那么第二阶段消费者关于“交通成本”的期望值是：

$$\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{8+3|p_1-p_2|N}.$$

给定厂商 2 产品的价格 p_2，那末厂商 1 的最优价格可以从以下式子中求得：

$$p_1^*=\arg\max_{p_1}\{(Np_1(1/2-(p_1-p_2))+\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{8+3|p_1-p_2|N}N/2\}$$

于是我们有如下两个定理：

定理 1：如果消费者高估两个产品见的性能差异，厂商没有动机让消费者发现事实；即：如果 s_0<1/2, 两个厂商在两个阶段的竞争是两个独立的 Hotelling 搏弈棋局。其均衡结果已在第三节给出。

证明： 给定两种产品第一阶段的价格 p_1 和 p_2，第二阶段消费者对于“交通成本”的期望值是：

$$\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{8+3|p_1-p_2|N}.$$

因为第二阶段为搏弈棋局的最后一个阶段，这两个厂商间的竞争是一个一阶段的 Hotelling 搏弈，每个厂商的均衡价格为

$$1/2*\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{(8+3|p_1-p_2|N)}$$

利润为 $$1/2\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{8+3|p_1-p_2|N}N$$

因为 $s_0<1/2$，我们有:

$$\frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2|N}{8+3|p_1-p_2|N}-\frac{1}{2}=\frac{|p_1-p_2|N(s_0-\frac{1}{2})}{8+3|p_1-p_2|N}<0.$$

如果这两个厂商在第一阶段收取不同的价格，它们将在第二阶段损失利润。因而他们在第一阶段没有偏离均衡价格的动机，之间的竞争是第三节中所介绍的有不确定性的一阶段 Hotelling 线性城市模型。于是第一阶段的均衡价格是 $P_1=P_2=\theta^A=1/2$. 很自然的，第二阶段的均衡价格也均为 1/2.

<u>证明完毕</u>

定理 2:（如果消费者低估两个产品间的性能差异，厂商有动机让消费者发现事实）如果 $s_0>1/2$， 两个厂商的第一阶段最优定价策略是收取两个不同的价格来设立一个消费者“抱怨的窗口”，从而让第二阶段的消费者了解关于产品性能差异的信息。因而，这个两阶段 Hotelling 搏弈棋局有两个非对称的 Nash 均衡结果。

证明: 见附录。

在第二阶段，两个厂商将平分市场。然而，第一阶段提高价格的厂商将损失一些利润，因而每一个厂商都希望另一个厂商提高价格。这是由于信息的公共产品特性所带来的免费乘车人问题（Free Rider Problem）。

5 结论

我们的模型是探讨寡头市场上信息交流对厂商竞争策略影响的一个初步尝试。我们发现如果消费者高估两个产品间的性能差异，厂商没有动机让消费者发现事实。这个结果的取得是通过两个厂商收取相同的第一阶段价格来实现的。我们也证明了如果消费者低估两个产品间的性能差异，厂商有动机让消费者发现事实； 两个厂商的第一阶段最优定价策略是收取两个不同的价格来设立一个消费者“抱怨的窗口”，从而让第二阶段的消费者了解关于产品性能差异的信息。

这个模型可以从以下几个方面加以延伸。首先我们可以考虑更多的时间段。可以预见，由于前面时间段内消费者经验对后来消费者的信息价值会增加，所以我们前面所得到的结论会得到增强。另外我们还假设消费者可以免费得到其他消费者的经验。引入“寻找成本”(Search Costs)后模型的结果将发生什么变化将是一个有趣的问题。

REFERENCE

Aghion, Philippe, Espinosa Maria Paz and Jullien Bruno "Dynamic Duopoly with Learning Through Market Experimentation". Economic Theory 3, 517-539 (1993)

Choi, S. Y., Stahl, D. O. and Whinston, A. B. "The Economics of Electronic Commerce" Macmillan Technical Publishing, 1997

Degroot, M. H. "Optimal Statistical Decisions" McGraw-Hill Book Company, 1970

Harrington Joseph E., Jr. "Experimentation and Learning in a Differentiated-Products Duopoly". Journal of Economic Theory 66, 275-288 (1995)

Meurer Michael and Stahl, Dale O. II "Informative Advising and Product Match". International Journal of Industrial Organization 12, 1-19 (1994)

Stahl Dale O. II "Oligopolistic Pricing and Sequential Consumer Search". American Economic Review 79, 700-712 (1989)

Tirole, Jean. "The Theory of Industrial Organization" MIT Press, 1988

附录：定理 2 的证明

我们定义 p_1^* 为：

$$p_1^* = \arg\max_{p_1} \{(N * p_1(1/2-(p_1-p_2)) + \frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2| * N}{8+3|p_1-p_2| * N} * N/2\},$$

并且将 $p_1 - p_2$ 记作 ε，那么

$$p_1^* = \arg\max_{p_1} \{(N * p_1(1/2-(p_1-p_2)) + \frac{4+(1+s_0)|p_1-p_2| * N}{8+3|p_1-p_2| * N} * N/2\}$$

$$= \arg\max_{p_1} \{(N * p_1(1/2-\varepsilon) + \frac{4+(1+s_0)|\varepsilon| * N}{8+3|\varepsilon| * N} * N/2\}$$

定义 ε^* 为：

$$\varepsilon^* = p_1^* - p_2 = \arg\max_{\varepsilon\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})} \{(p_2+\varepsilon)(1/2-\varepsilon) + \frac{1}{2} * \frac{4+(1+s_0)N|\varepsilon|}{8+3N|\varepsilon|}\}$$

$$= \arg\max_{\varepsilon\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})} \{[(\frac{p_2}{2}-\varepsilon^2)+(\frac{1}{2}-p_2)\varepsilon] + \frac{1}{2} * \frac{4+(1+s_0)N|\varepsilon|}{8+3N|\varepsilon|}\} \quad \text{(A1)}$$

引理 1：如果 $p_2 < 1/2$，最优的 ε 一定属于 [0,1/2)；如果 $p_2 > 1/2$，最优的 ε 一定属于(-1/2,0]；如果 $p_2 = 1/2$ 并且 ε^* 是(A1)的一个解，那么 $-\varepsilon^*$ 也一定是（A1）的一个解

证明：从(A1)很明显.

引理 2：如果 $p_2 \in (0,1)$ 并且 $p_2 \neq 1/2$，问题（A1） 有一个唯一的解 $\varepsilon^*(p_2)$.

证明：当 $p_2 < 1/2$ 时，从（A1）的一阶倒数我们可以得到：

$$-2\varepsilon + (\frac{1}{2}-p_2) + \frac{1}{2}\frac{8N(s_0-\frac{1}{2})}{(8+3\varepsilon N)^2} = 0$$

或 $2\varepsilon-(\frac{1}{2}-p_2)=\frac{1}{2}\frac{8N(s_0-\frac{1}{2})}{(8+3\varepsilon N)^2}$.

当 $\varepsilon=0$ 时，左边 = $-(1/2-p_2)<0$，右边 >0；当 $\varepsilon=1/2$ 时，左边 $=1/2+p_2>1/2$，右边小于 1/2；所以一定存在一个 $\varepsilon^*\in(0,1/2)$，使得

$$2\varepsilon^*=(\frac{1}{2}-p_2)+\frac{1}{2}\frac{8N(s_0-\frac{1}{2})}{(8+3\varepsilon^* N)^2}\text{。} \qquad \text{（A2）}$$

我们还知道左边和右边都是 ε 的严格单调函数，所以 ε^* 是唯一的.

对于 $p_2>1/2$ 的情况也可以同样证明

引理 3:函数 $\varepsilon^*(p_2)$ 是可以连续微分的而且当 $p_2<1/2$ 时，$d\varepsilon^*(p_2)/dp_2<0$；当 $p_2>1/2$ 时，$d\varepsilon^*(p_2)/dp_2>0$。

证明: 函数 $\varepsilon^*(p_2)$ 的连续可微性由（A2）可以明显得到。

由一阶倒数条件我们有:

当 $p_2<1/2$ 时,

$$\frac{d\varepsilon}{dp_2}=\frac{-1}{2+24N^2(8+3\varepsilon N)^{-3}(s_0-\frac{1}{2})}<0.$$

由于对称性，当 $p_2>1/2$ 时，$\frac{d\varepsilon}{dp_2}>0$。

引理 4: 如果 $p_2=1/2$，问题（A1）有两个解 $\varepsilon^*(0)$, 和 $-\varepsilon^*(0)$, 并且

$$\varepsilon^*(0)=\lim_{\substack{p_2\to 1/2\\ \text{and } p_2<1/2}}\varepsilon^*(p_2),\quad -\varepsilon^*(0)=\lim_{\substack{p_2\to 1/2\\ \text{and } p_2>1/2}}\varepsilon^*(p_2)$$

证明: 从引理 2 和引理 3 很明显。

定理 2 的证明: （参见图 3）

根据前面的引理，p_1对 p_2的反应曲线为 BA. 根据引理 3 我们知道在 p_2 〈 1/2 以前 AB 和 OM 之间的距离随着p_2的增加而减少. 因而 AM 〈 GD 〈 BO 并且 AM 〈 GM.

根据模型的对称性，我们知道p_2对 p_1的反应曲线，HF，将交 BA 于一点 N_2 (p_1^*, p_2^*)，并且$1/2 > p_1^* > 0$ and $1 > p_2^* > 1/2$.

根据对称性，$N'_2(p_2^*, p_1^*)$ 是两条反应曲线的又一个交点。这样我们就找到了该模型的两个非对称的 Nash 均衡价格。

证明完毕。

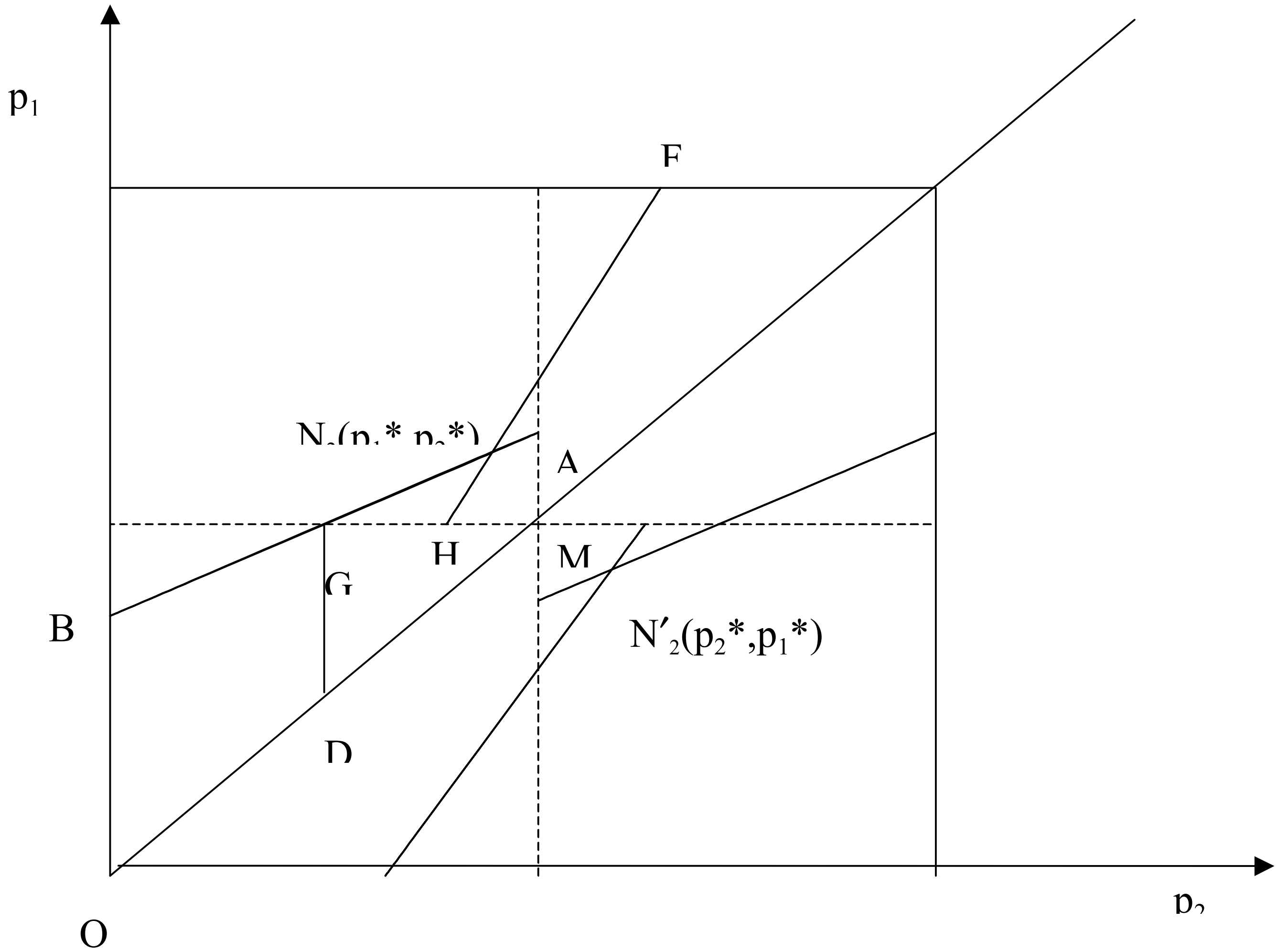

图 3 反应曲线

通信地址：
北京　清华大学
中国经济研究中心
电话：86-10-62789695　　传真：86-10-62789697
邮编：100084
网址：http://www.ncer.tsinghua.edu.cn
E-mail: ncer@em.tsinghua.edu.cn

Adress:
National Center for Economic Research
Tsinghua University
Beijing 100084
China
Tel: 86-10-62789695　　Fax: 86-10-62789697
Web site: http://www.ncer.tsinghua.edu.cn
E-mail: ncer@em.tsinghua.edu.cn